

Théorème : Opérations

Pour trois entiers a , b et c .

- **Transitivité(s)** : Si a divise b et b divise c , alors a divise c .
- **Combinaisons linéaires** : Si a divise b et c , alors a divise toute combinaison $bu + cv$ avec u et v deux entiers.

Démonstration : au programme en partant de la définition .

- La première partie est une reformulation du théorème précédent : "Si b divise c , alors tout diviseur de b (ici a) est un diviseur de c "
- Soient b et c deux entiers, et a un diviseur commun à b et c .

On considère u et v deux entiers et on souhaite démontrer que a divise $bu + cv$

On sait qu'il existe deux entiers p et l tels que : $b = ap$ et $c = al$.

Donc :

$$\begin{aligned} bu + cv &= apu + alv \\ &= a(pu + cv) \end{aligned}$$

On en déduit que : a divise $bu + cv$

Remarque : Pour $u = v = 1$ on obtient : "Si a divise deux nombres, alors il divise leur somme".

Et pour $u = 1$, $v = -1$, on obtient : "Si a divise deux nombres, alors il divise leur différence".

Théorème : Opérations

Pour trois entiers a , b et c .

- **Transitivité(s)** : Si a divise b et b divise c , alors a divise c .
- **Combinaisons linéaires** : Si a divise b et c , alors a divise toute combinaison $bu + cv$ avec u et v deux entiers.

Démonstration : au programme en partant de la définition .

- La première partie est une reformulation du théorème précédent : "Si b divise c , alors tout diviseur de b (ici a) est un diviseur de c "
- Soient b et c deux entiers, et a un diviseur commun à b et c .

On considère u et v deux entiers et on souhaite démontrer que a divise $bu + cv$

On sait qu'il existe deux entiers p et l tels que : $b = ap$ et $c = al$.

Donc :

$$\begin{aligned} bu + cv &= apu + alv \\ &= a(pu + cv) \end{aligned}$$

On en déduit que : a divise $bu + cv$

Remarque : Pour $u = v = 1$ on obtient : "Si a divise deux nombres, alors il divise leur somme".

Et pour $u = 1$, $v = -1$, on obtient : "Si a divise deux nombres, alors il divise leur différence".