

On travaille toujours dans un repère orthonormé.

Exercice 6 . $LQSA$ est-il un losange ?

$$L(-6; 8), \quad Q(-4; 0), \quad S(4; -2), \quad A(2; 6)$$

Pour déterminer si $LQSA$ est un losange, il y a deux stratégies possibles :

- Calculer les 4 longueurs des côtés. Si elles sont toutes égales, alors $LQSA$ est un losange. Dès que 2 ne sont pas égales, on peut arrêter les calculs car ce ne sera pas un losange.

$$\begin{aligned} LQ &= \sqrt{(x_Q - x_L)^2 + (y_Q - y_L)^2} \\ &= \sqrt{(-4 - (-6))^2 + (0 - 8)^2} \\ &= \sqrt{2^2 + (-8)^2} \\ &= \sqrt{68} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} QS &= \sqrt{(x_S - x_Q)^2 + (y_S - y_Q)^2} \\ &= \sqrt{(4 - (-4))^2 + (-2 - 0)^2} \\ &= \sqrt{8^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{68} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SA &= \sqrt{(x_A - x_S)^2 + (y_A - y_S)^2} \\ &= \sqrt{(2 - 4)^2 + (6 - (-2))^2} \\ &= \sqrt{(-2)^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{68} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AL &= \sqrt{(x_L - x_A)^2 + (y_L - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-6 - 2)^2 + (8 - 6)^2} \\ &= \sqrt{(-8)^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{68} \end{aligned}$$

On trouve $\sqrt{68}$ pour chaque côté, donc $LQSA$ est un losange.

- Calculer les coordonnées des milieux des diagonales pour justifier que $LQSA$ est un parallélogramme, puis calculer les longueurs de deux côtés consécutifs qui ne seront égales que si c'est un losange.

Je ne détaille pas cette méthode, mais pour les coordonnées du milieu des deux diagonales, on doit trouver : $(-1; 3)$. Et les longueurs sont déjà calculées au dessus.

Exercice 9 .

On considère les points suivants : $G(5; -3)$, $R(-12; 7)$, $D(13; 9)$

Déterminer par le calcul les coordonnées du point F tel que $GRDF$ est un parallélogramme.

$GRDF$ est un parallélogramme donc ses diagonales se coupent en leur milieu.

On appelle A le milieu commun des diagonales.

A est le milieu de $[GD]$ donc on peut calculer ses coordonnées :

$$\begin{aligned}x_A &= \frac{x_G + x_D}{2} \\&= \frac{5 + 13}{2} \\&= \frac{18}{2} \\&= 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y_A &= \frac{y_G + y_D}{2} \\&= \frac{-3 + 9}{2} \\&= \frac{6}{2} \\&= 3\end{aligned}$$

Donc

$$A(9; 3)$$

A est aussi le milieu de $[RF]$, donc on peut calculer les coordonnées de F à l'aide de la formule sur les milieux :

$$\begin{aligned}x_A &= \frac{x_R + x_F}{2} \\9 &= \frac{x_F + (-12)}{2} \\18 &= x_F + (-12) \\30 &= x_F\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y_A &= \frac{y_R + y_F}{2} \\3 &= \frac{y_F + 7}{2} \\6 &= x_F + 7 \\-1 &= x_F\end{aligned}$$

Donc

$$F(30; -1)$$